

AUFGABENBLATT: BINOMISCHE FORMELN

Aufgabe 1:

- a) $(c + t)^2$
- b) $(x + 1)^2$
- c) $(12 + z)^2$
- d) $(g - m)^2$
- e) $(8 - a^2)^2$
- f) $(a - b)^2$
- g) $(b - a)^2$
- h) $(5k - m)^2$
- i) $(m - 5k)^2$

Aufgabe 2:

- a) $(4p + 5q)(4p - 5q)$
- b) $(c + d)(c - d)$
- c) $(x + 18)(18 - x)$
- d) $(u^3 + 1)(1 - u^3)$
- e) $(a^2 - b^2)(a^2 + b^2)$

Aufgabe 3:

- a) $(p + q)(p + q)$
- b) $(15r + 13)(15r + 13)$
- c) $(x + y)(x + y)$
- d) $(r + s)^2$
- e) $(2m + 3n)(2m + 3n)$
- f) $(3x + 2y)^2$
- g) $(a^2 + b^2)(a^2 + b^2)$

Aufgabe 4:

- a) $(p - q)(p - q)$
- b) $(15r - 13)(15r - 13)$
- c) $(x - y)(x - y)$
- d) $(r - s)^2$
- e) $(2m - 3n)(2m - 3n)$
- f) $(3x - 2y)^2$

Aufgabe 5:

- a) $(p - q)(p + q)$
- b) $(15r + 13)(15r - 13)$
- c) $(x - y)(x + y)$
- d) $(r - s)(s + r)$
- e) $(2m + 3n)(2m - 3n)$
- f) $(3x + 2y)(3x - 2y)$

Aufgabe 6:

- a) $m^2 - 2mn + n^2$
- b) $uv - u^2 + uv$
- c) $m^2 - n^2$
- d) $x^2 - 1$
- e) $x^4 - 1$
- f) $a^2 + 14a + 49$
- g) $p^2 + 2pq + q^2 - r^2$
- h) $r^2 - 6r + 9$

Aufgabe 7:

Berechne mit Hilfe der Binomischen Formeln:

- a) 61^2
- b) 84^2
- c) 306^2
- d) 1001^2
- e) 98^2

AUFGABENBLATT: LINEARE UND QUADRATISCHE GLEICHUNGEN

Eine **Lineare Gleichung** ist eine Gleichung der Form:

$$mx + t = 0$$

Beispiel:

$$3x + 7 = 0$$

Lösung: durch elementare Gleichungsumformungen:

$$3x + 7 = 0 \quad | -7$$

$$3x = -7 \quad | \div 3$$

Lösung: $x = -\frac{7}{3}$

Eine **quadratische Gleichung** ist eine Gleichung der Form:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Beispiel:

$$x^2 - 7x + 10 = 0$$

Quadratische Gleichungen können keine, eine oder 2 Lösungen haben. Die Lösungen berechnet man mit einer der beiden Lösungsformeln:

abc-Formel:

für Gleichungen der Form $ax^2 + bx + c = 0$ mit $a \neq 0$

Lösungen $x_{1/2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

Diskriminante $D = b^2 - 4ac$

pq-Formel:

für Gleichungen der Form $x^2 + px + q = 0$

Lösungen $x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\frac{p^2}{4} - q}$

Diskriminante $D = p^2 - 4q$

Die **Diskriminante** ist der Term, der in der Formel unter der Wurzel steht. An ihr kann man ablesen, wieviel Lösungen es gibt:

$$\text{Diskriminante } D \begin{cases} > 0 & 2 \text{ Lösungen} \\ = 0 & 1 \text{ Lösung} \\ < 0 & \text{keine Lösung} \end{cases}$$



Beispiele:

Gleichung	Lösungsformel	Diskriminante	Anzahl Lösg.
$ax^2 + bx + c = 0$	$x_{1/2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$	$D = b^2 - 4ac$	
$x^2 - 1 = 0$	$x_{1/2} = \pm 1$	$D = 4 > 0$	2
$x^2 - x = 0$	$x_{1/2} = \left\{ \begin{matrix} 0 \\ 1 \end{matrix} \right.$	$D = 1 > 0$	2
$x^2 - 2x + 1 = 0$	$x_1 = 1$	$D = 0$	1
$x^2 - x + 2 = 0$		$D = -4 < 0$	0

Aufgabe 1:

Bestimme die Lösungen (beachte: manchmal geht es auch ohne Lösungsformel)

- $x^2 + 2x - 1 = 0$
- $x^2 + 2x = 0$
- $x^2 + 2 = 0$
- $x^2 + 2x + 1 = 0$

Aufgabe 2:

Bestimme die Lösungen von

- $(x - 1)(x - 2) = 0$
- $(x + 4)(x - \frac{1}{2}) = 0$
- $-(x + 5)(x - 5) = 0$

Auch $(x + a)(x + b) = 0$ ist eine quadratische Gleichung, denn

$$(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$$

Hier kann man aber die Lösung direkt ablesen: \Rightarrow Lösungen: $x_1 = -a, x_2 = -b$

Aufgabe 3:

Lückentext, vervollständige:

- $x^2 + x + 5 = (x - 1)(x \quad)$
- $x^2 + x + 9 = (x + 1)(x \quad)$
- $x^2 + x + 14 = (x \quad)(x - 7)$
- $x^2 + x + \quad = (x - 3)(x \quad)$
- $x^2 + x + -24 = (x + 12)(x \quad)$

Aufgabe 4:

Bestimme die Lösungen

- $3x^2 - 9x + 6 = 0$
- $3x^2 + 9x + 6 = 0$
- $3x^2 + 9x + 10 = 0$
- $x^2 - 8x + 15 = 0$



AUFGABENBLATT: SCHEITELPUNKT UND QUADRATISCHE ERGÄNZUNG

Aufgabe 1:

Bestimme den Scheitelpunkt und multipliziere aus.

1. (a) $f(x) = (x - 1)^2$
(b) $f(x) = (x - 1)^2 + 1$
2. (a) $f(x) = (x + 2)^2$
(b) $f(x) = (x + 2)^2 - 4$
3. (a) $f(x) = -(x - 7)^2$
(b) $f(x) = -(x - 7)^2 + 3$
4. (a) $f(x) = 2(x + 3)^2$
(b) $f(x) = 2(x + 3)^2 - 10$

Aufgabe 2:

Bestimme den Scheitelpunkt

1. $f(x) = x^2 - 2x + 1$
2. $f(x) = x^2 + 6x + 9$
3. $f(x) = x^2 - 8x + 16$
4. $f(x) = -x^2 + 10x - 25$
5. Wie habe ich den Scheitelpunkt gefunden, welche Formeln habe ich benutzt?

Aufgabe 3:

Bestimme den Scheitelpunkt.

1. (a) $f(x) = x^2 + 2x + 1$
(b) $f(x) = x^2 + 2x + 2$
(c) $f(x) = x^2 + 2x$
2. (a) $f(x) = x^2 - 12x + 36$
(b) $f(x) = x^2 - 12x + 20$
3. (a) $f(x) = -x^2 + 14x - 49$
(b) $f(x) = -x^2 + 14x + 9$
4. (a) $f(x) = x^2 + 6x + 9$
(b) $f(x) = x^2 + 6x + 10$
(c) $f(x) = 2x^2 + 12x + 20$
(d) $f(x) = 2x^2 + 12x - 33$
5. (a) $f(x) = x^2 + 3x + \frac{9}{4}$
(b) $f(x) = x^2 + 3x - 10$
6. Wie habe ich den Scheitelpunkt gefunden, welche Rechenschritte waren notwendig?



ARBEITSBLATT: BETRAGSFUNKTION UND BETRAGS(UN)GLEICHUNGEN

Zeichne zwei Koordinatensysteme der Grösse: x-Achse: $-5 \dots 5$, y-Achse: $-1 \dots 5$. Maßstab: $1LE = 1 \text{ cm}$

Aufgabe 1:

1. Zeichne den Graphen der Funktion $f(x) = x^2$ in ein Koordinatensystem.
2. Bestimme Scheitelpunkt von f .
3. Zeichne die Gerade $G_1 : y = 4$ in dasselbe Koordinatensystem.
4. Markiere farblich die Kurvenabschnitte unterhalb, auf und über der Geraden G_1 .
5. Markiere mit entsprechender Farbe die zugehörigen Bereiche auf der x-Achse.
6. Beschreibe die farbigen Bereiche auf der x-Achse mit (Un)-gleichungen.
7. Formuliere die Ungleichungen und die Gleichung bzgl. $f(x) = x^2$, deren Lösung die Bereiche aus 6. sind.

Aufgabe 2:

1. Schreibe die Definition der Betragsfunktion $g(x) = |x|$ ab und zeichne ihren Graphen in das zweite Koordinatensystem.
2. Bestimme die Spitze von g .
3. Zeichne die Gerade $G_2 : y = 2$ in das Koordinatensystem von g .
4. Markiere farblich die Kurvenabschnitte unterhalb, auf und über der Geraden G_2 .
5. Markiere mit entsprechender Farbe die zugehörigen Bereiche auf der x-Achse.
6. Beschreibe die farbigen Bereiche auf der x-Achse mit (Un)-gleichungen.
7. Formuliere die Ungleichungen und die Gleichung bzgl. $g(x) = |x|$, deren Lösung die Bereiche aus 6. sind.



ARBEITSBLATT: QUADRATISCHE FUNKTIONEN: SCHEITELPUNKTE

Die allgemeine quadratische Funktion lautet:

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

Der Scheitelpunkt $S(x_s|y_s)$ kann so berechnet werden:

$$x_s = -\frac{b}{2a}, \quad y_s = f(x_s) = -\frac{b^2 - 4ac}{4a}$$

Die Funktion kann durch quadratische Ergänzung in die Scheitelpunktform

$$f(x) = a(x - x_s)^2 + y_s$$

gebracht werden.

Bestimme die Scheitelpunktform und den Scheitelpunkt (Hinweis: bestimme zuerst a, b, c .)

1. $f(x) = x^2 + 6x + 9$

2. $f(x) = x^2 + 6x + 36$

3. $f(x) = x^2 - 6x + 36$

4. $f(x) = -x^2 + 6x + 36$

5. $f(x) = x^2 + 6x$

6. $f(x) = x^2 + 5x + \frac{25}{4}$

7. $f(x) = x^2 + 5x + 25$

8. $f(x) = x^2 + 5x$

9. $f(x) = 2x^2 + 4x + 2$

10. $f(x) = 2x^2 + 2x + 2$



ARBEITSBLATT: QUADRATISCHE FUNKTIONEN

Aufgabe 1:

Ordnen Sie den Funktionen die Graphen zu:

(1) $y = 2 - x^2$

(2) $y = \frac{x^2}{3} + 1$

(3) $y = \frac{1}{x}$

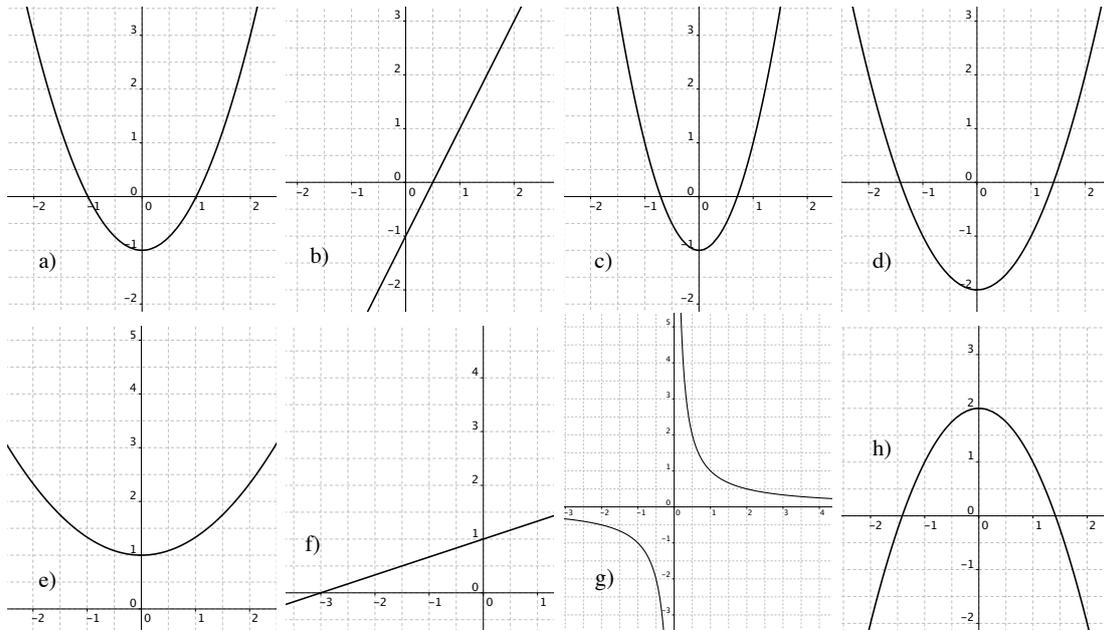
(4) $y = x^2 - 1$

(5) $y = 2x^2 - 1$

(6) $y = x^2 - 2$

(7) $y = 2x - 1$

(8) $y = \frac{x}{3} + 1$



Aufgabe 2:

Wie lautet die Gleichung der Parabel, die man durch Verschieben der Normalparabel $y = x^2$ um

- 1 nach oben
- 2 nach unten
- 1 nach rechts
- 1,5 nach links

erhält?

Aufgabe 3:

Führen Sie die folgenden Berechnungen mit jeder der vier Parabeln f_1, \dots, f_4 durch:

$$f_1(x) = 2x^2, \quad f_2(x) = 2x^2 - 4x, \quad f_3(x) = 2x^2 - 4x + 1, \quad f_4(x) = 2(x + 1)^2.$$

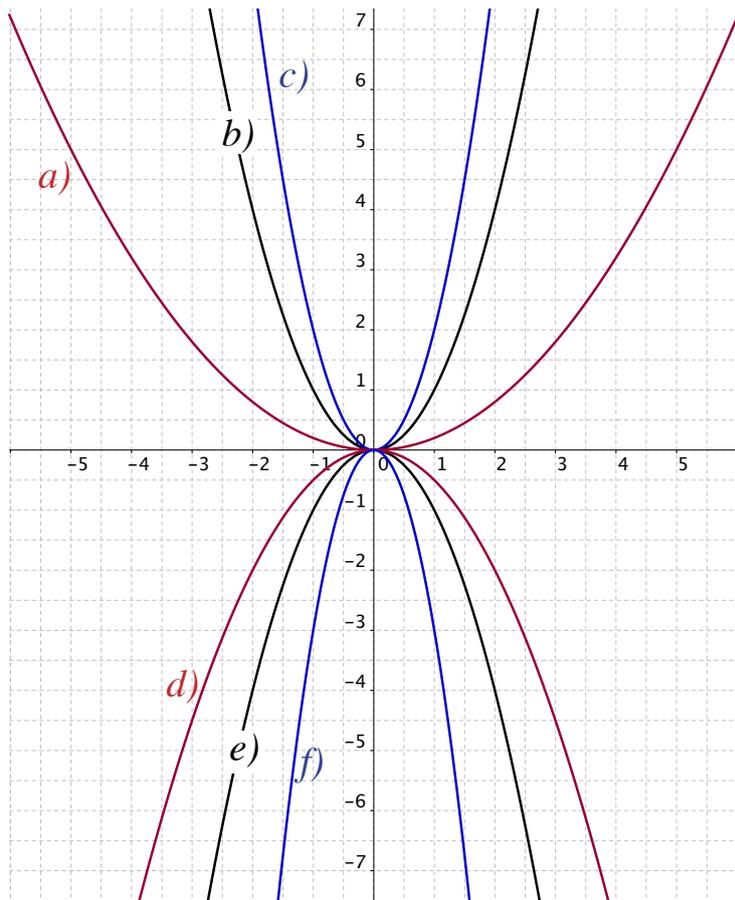
Gesucht ist jeweils die Gleichung der verschobenen Parabel.

- Verschiebe die Parabel um 1 nach unten.
- Verschiebe die Parabel um 2 nach links.
- Verschiebe die Parabel um 3 nach rechts und um 2 nach oben.

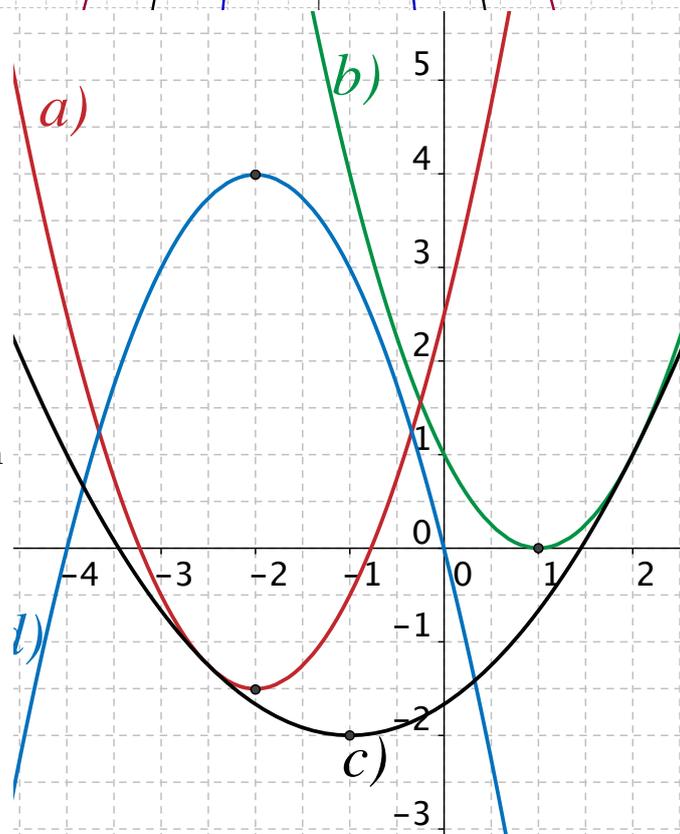


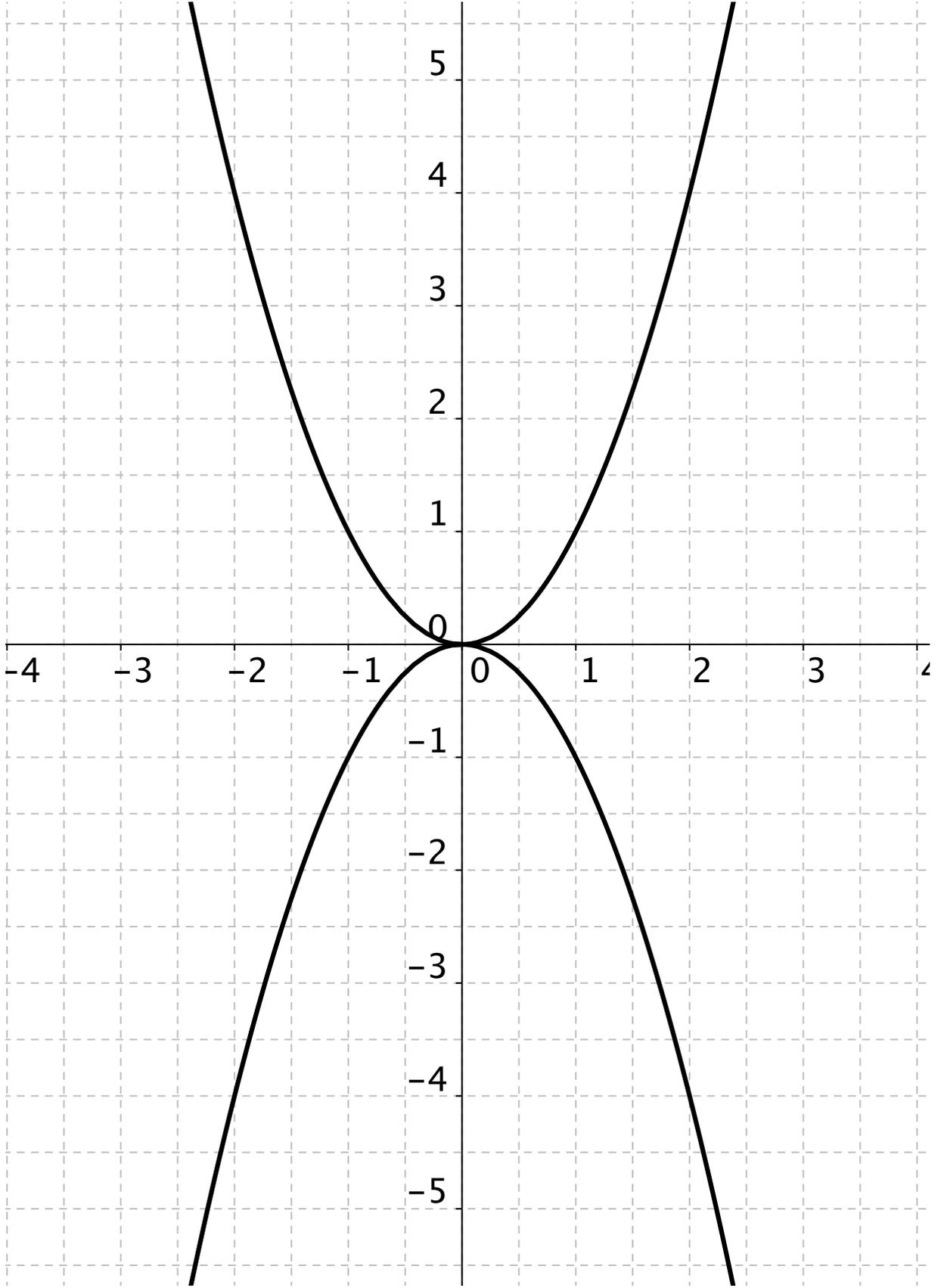
Aufgabe 4:

Bestimmen Sie die Gleichungen der abgebildeten Parabeln:

**Aufgabe 5:**

Bestimmen Sie die Gleichungen der abgebildeten Parabeln:





Wenn $x^2 + px + q = 0$ die Lösungen $x_1 = -a$, $x_2 = -b$ hat, so hat es die **Linearfaktorzerlegung**

$$x^2 + px + q = (x + a)(x + b)$$

Satz von Vieta

Hat $x^2 + px + q = 0$ die Lösungen $x_1 = -a$, $x_2 = -b$ hat, so gilt:

- a) $x^2 + px + q = (x + a)(x + b)$ Linearfaktorzerlegung
- b) $a + b = p$ und $ab = q$