

# Geometrie - Ausgewählte Kapitel

Christina Birkenhake

[christina@birkenhake.net](mailto:christina@birkenhake.net)

<http://christina.birkenhake.net>

8. März 2010

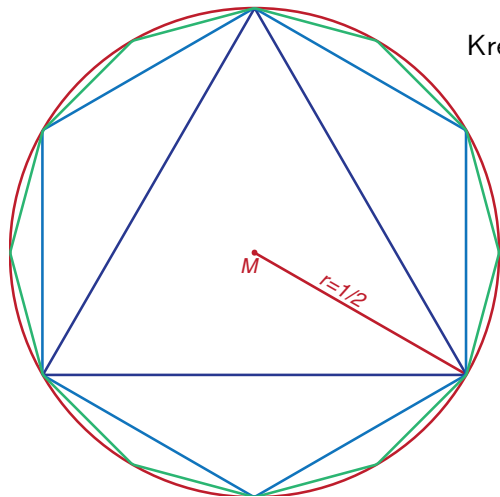


Urspünge der Navigation

Erste Navigationsgeräte



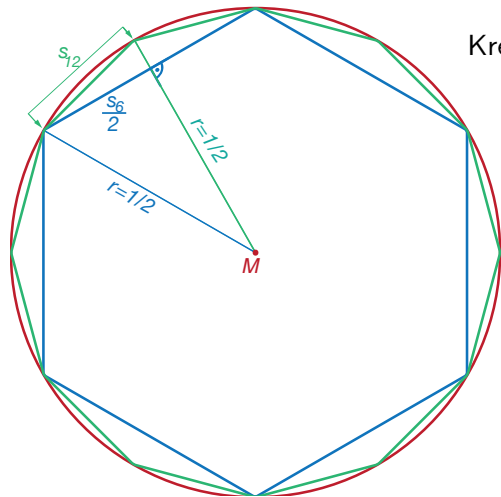
# Infinitesimale Methoden I



Kreis:  $r = \frac{1}{2} \Rightarrow U_{\text{Kreis}} = \pi$   
 $U_n$  Umfang  $n$ -Eck  
dann:  $U_n \xrightarrow{n \rightarrow \infty} \pi$



# Infinitesimale Methoden I



Kreis:  $r = \frac{1}{2} \Rightarrow U_{\text{Kreis}} = \pi$

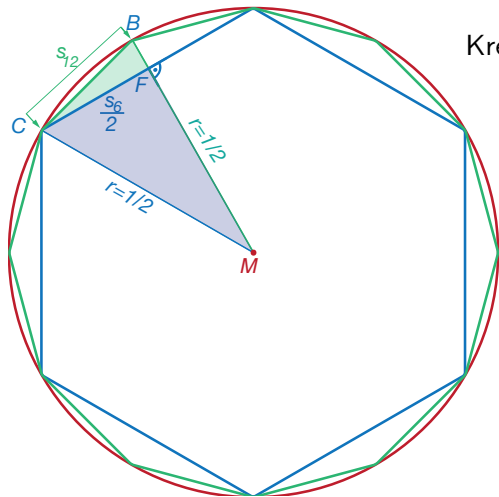
$U_n$  Umfang  $n$ -Eck

dann:  $U_n \xrightarrow{n \rightarrow \infty} \pi$

$U_n = n \cdot s_n$



# Infinitesimale Methoden I



Kreis:  $r = \frac{1}{2} \Rightarrow U_{\text{Kreis}} = \pi$

$U_n$  Umfang  $n$ -Eck

dann:  $U_n \xrightarrow{n \rightarrow \infty} \pi$

$$U_n = n \cdot s_n$$

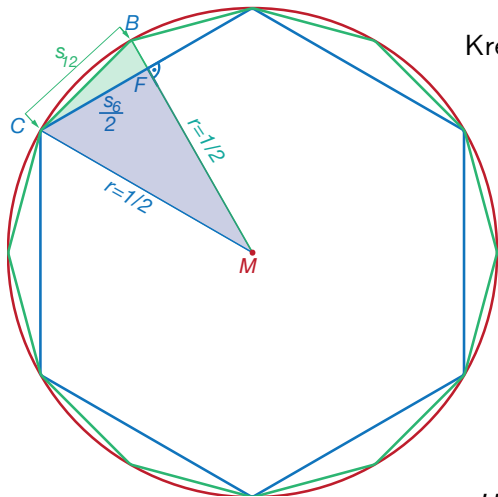
Pythagoras:

$$l(MF) = \frac{\sqrt{1-s_n^2}}{2}$$

$$l(FB) = \sqrt{s_{2n}^2 - \frac{s_n^2}{2}}$$



# Infinitesimale Methoden I



Kreis:  $r = \frac{1}{2} \Rightarrow U_{\text{Kreis}} = \pi$

$U_n$  Umfang  $n$ -Eck

dann:  $U_n \xrightarrow{n \rightarrow \infty} \pi$

$$U_n = n \cdot s_n$$

Pythagoras:

$$l(MF) = \frac{\sqrt{1-s_n^2}}{2}$$

$$l(FB) = \sqrt{s_{2n}^2 - \frac{s_n^2}{2}}$$

$$l(MF) + l(FB) = \frac{1}{2}$$

$\vdots$

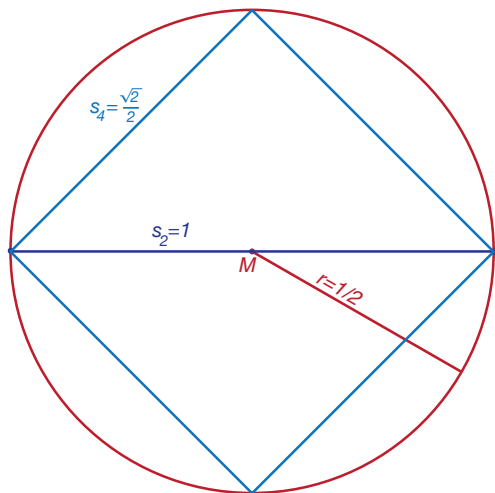
$$s_{2n} = \sqrt{\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{1-s_n^2}}$$

$$U_{2n} = n\sqrt{\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{1 - \frac{U_n^2}{n^2}}}$$



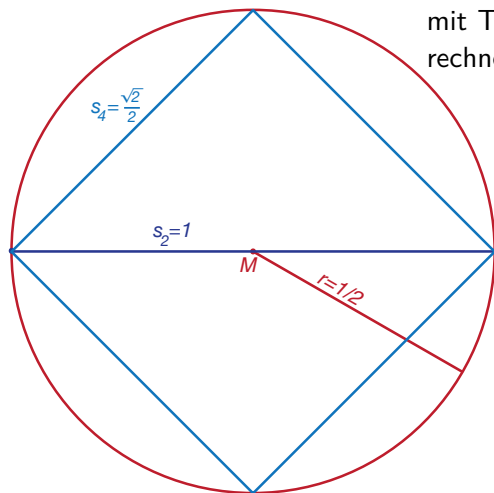
# Infinitesimale Methoden II

Start: z.B. mit Zweieck:  $s_2 = 1$



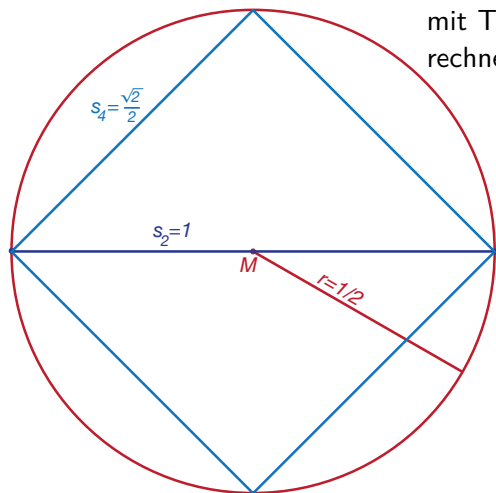
# Infinitesimale Methoden II

Start: z.B. mit Zweieck:  $s_2 = 1$   
mit TR iterativ  $s_n$  und  $U_n$  berechnen





# Infinitesimale Methoden II

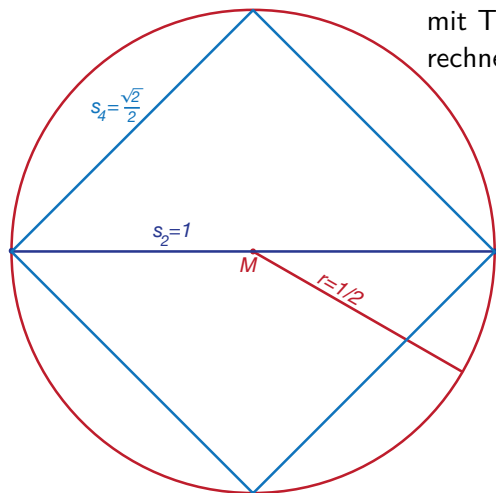


Start: z.B. mit Zweieck:  $s_2 = 1$   
mit TR iterativ  $s_n$  und  $U_n$  be-  
rechnen

$$s_{2n} = \sqrt{\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{1 - s_n^2}}$$
$$U_n = ns_n$$



# Infinitesimale Methoden II



Start: z.B. mit Zweieck:  $s_2 = 1$   
mit TR iterativ  $s_n$  und  $U_n$  berechnen

$$s_{2n} = \sqrt{\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{1 - s_n^2}}$$

$$U_n = ns_n$$

$n$	$s_n$	$U_n$
2	1	2
4	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$2\sqrt{2}$
8	0,383	3,061
16	0,195	3,121
32	0,098	3,137
64	0,049	3,140
128	0,025	3,141
$\vdots$		$\vdots$
$\infty$		$\pi$



# Infinitesimale Methoden III

## Prinzip von Cavalieri - Zweidimensional

Beispiel Dreiecksfläche

$$F(\Delta) = \frac{1}{2} \cdot g \cdot h$$

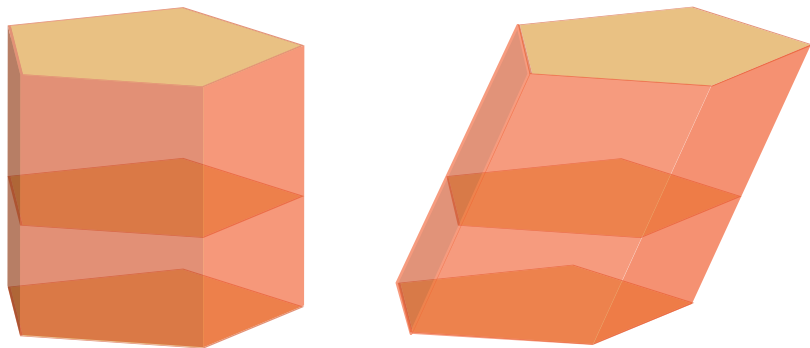
Geogebra: Dreiecksfläche



## Infinitesimale Methoden IIII

### Prinzip von Cavalieri:

*Körper, deren Schnitte mit jeder Ebene einer Schar aus parallelen Ebenen flächengleich ist, haben dasselbe Volumen.*

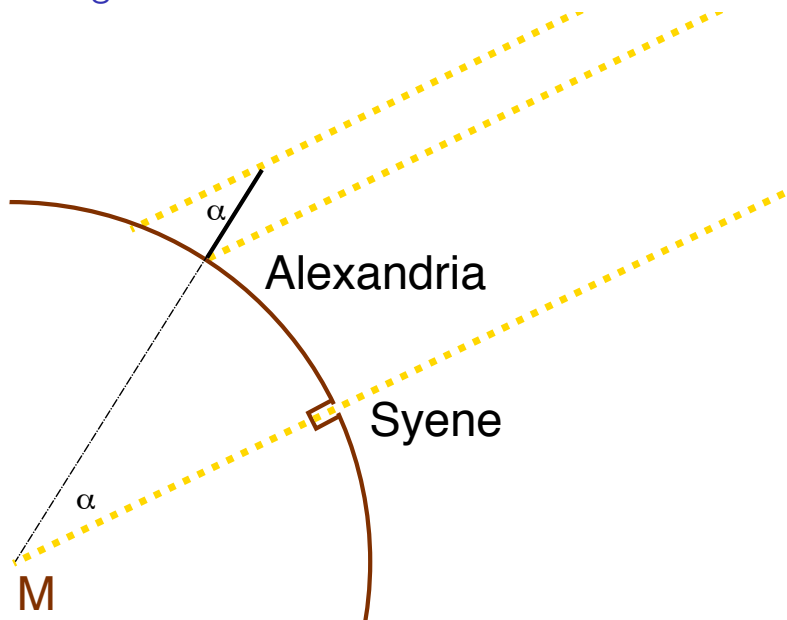


Schöne Internetseite:

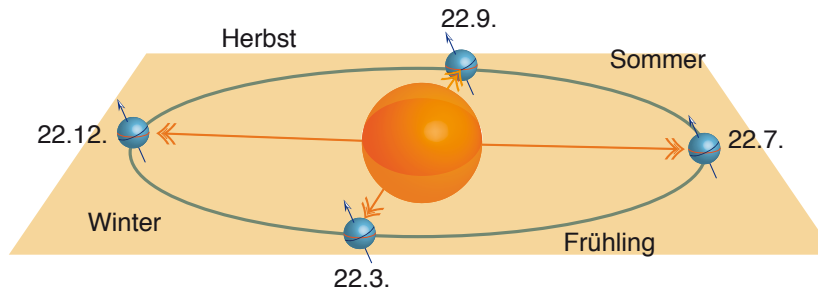
[http://tiburski.de/cybernautenshop/virtuelle\\_schule/dfu/DFU-Koerper/cavalieri.html](http://tiburski.de/cybernautenshop/virtuelle_schule/dfu/DFU-Koerper/cavalieri.html)



# Bestimmung des Erdradius nach Eratosthenes

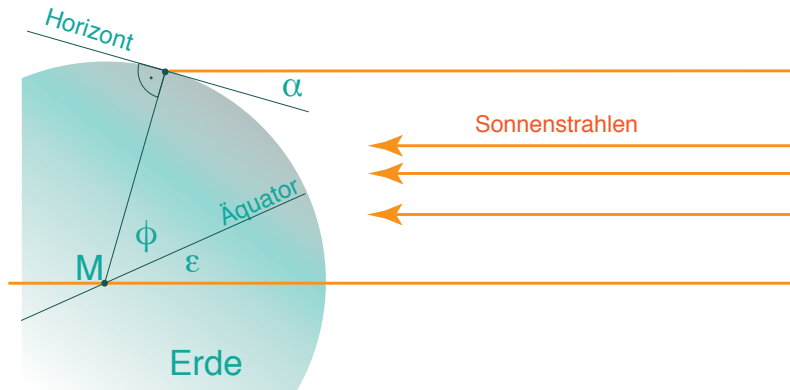


# Ekliptik



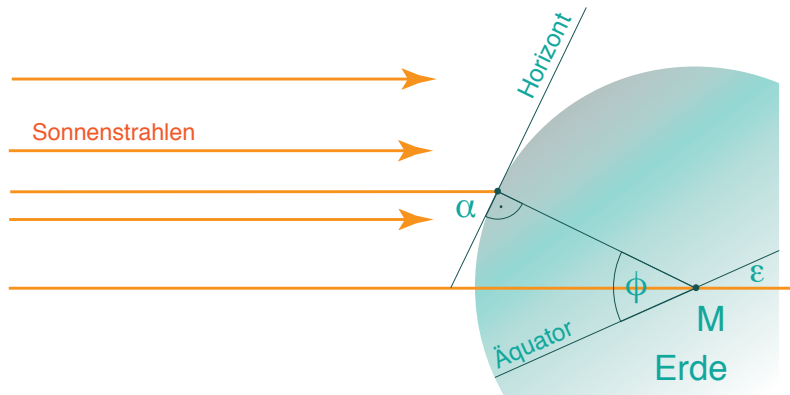
# Berechnung der Erdneigung oder des Breitengrades I

Winter



# Berechnung der Erdneigung oder des Breitengrades II

Sommer





# Ein altes Problem

Wo bin ich?



# Ein altes Problem

Wo bin ich?

Landwege: kein Problem man orientiert sich an markanten  
Stellen: Bäume, Felsen etc.



# Ein altes Problem

Wo bin ich?

Landwege:	kein Problem	man orientiert sich an markanten Stellen: Bäume, Felsen etc.
Seewege:	Küstenähe	Peilung von <b>Landmarken</b>



# Ein altes Problem

Wo bin ich?

Landwege:	kein Problem	man orientiert sich an markanten Stellen: Bäume, Felsen etc.
Seewege:	Küstenähe offenes Meer	Peilung von Landmarken Peilung von Gestirnen



# Ein altes Problem

Wo bin ich?

Landwege:	kein Problem	man orientiert sich an markanten Stellen: Bäume, Felsen etc.
Seewege:	Küstenähe offenes Meer	Peilung von Landmarken Peilung von Gestirnen

Navigation



# Ein altes Problem

Wo bin ich?

Landwege:	kein Problem	man orientiert sich an markanten Stellen: Bäume, Felsen etc.
Seewege:	Küstenähe offenes Meer	Peilung von Landmarken Peilung von Gestirnen

## Navigation

lateinisch: **navem agere**



# Ein altes Problem

Wo bin ich?

Landwege:	kein Problem	man orientiert sich an markanten Stellen: Bäume, Felsen etc.
Seewege:	Küstenähe offenes Meer	Peilung von Landmarken Peilung von Gestirnen

## Navigation

lateinisch: navem agere      ein Schiff lenken



# Navigationsgeräte

Latitude Hook

Kamal

Astrolabium

Jakobsstab

Quadrant/Sexant

Kompass

Chronometer

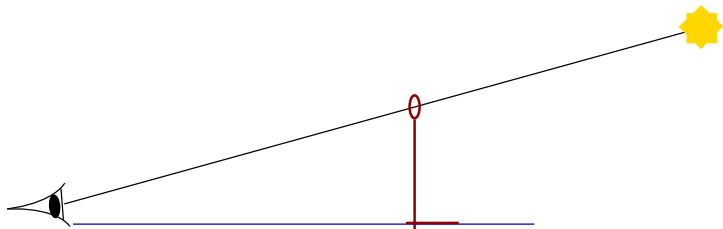
Seekarte





# Latitude Hook

(Polynesien)

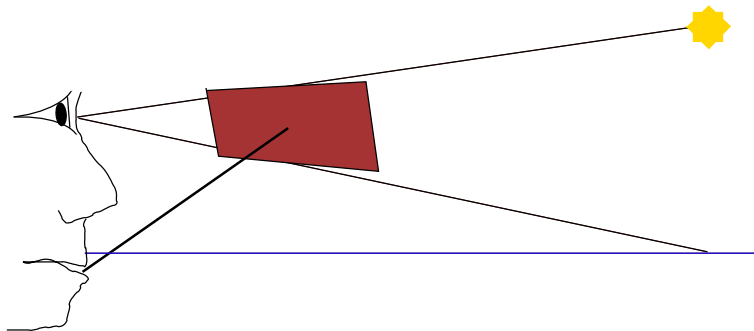


Ermöglicht die **Höhe** eines Gestirns zu vergleichen



# Kamal

(Arabien)



Ermöglicht die **Höhe** eines Gestirns zu vergleichen



# Astrolabium



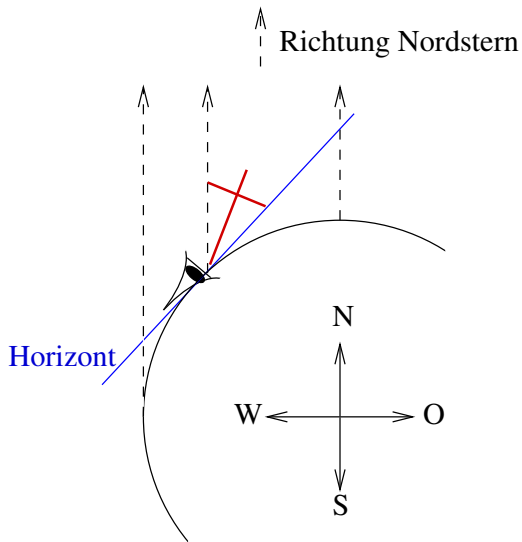
(Naher Osten und Europa)

Im 15.-17.Jh. üblich

Ermöglicht, die **Zenitdistanz** eines  
Gestirns zu messen.



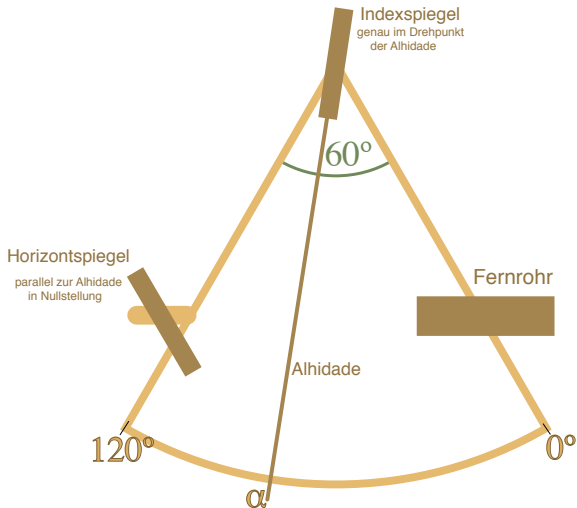
# Jakobsstab



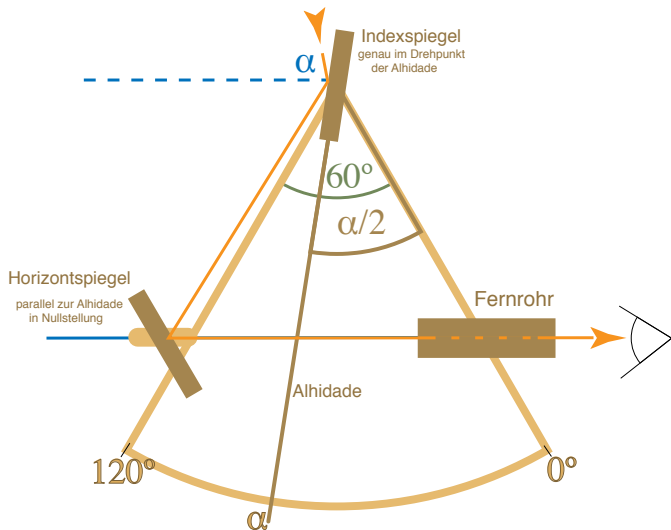
(ab 13. Jh.)  
Zum Winkel messen.



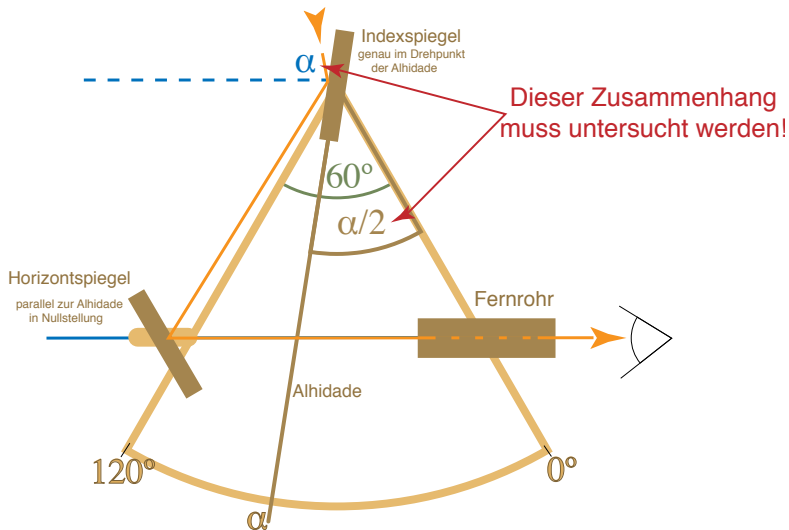
# Ein Sextant halbiert den angepeilten Winkel



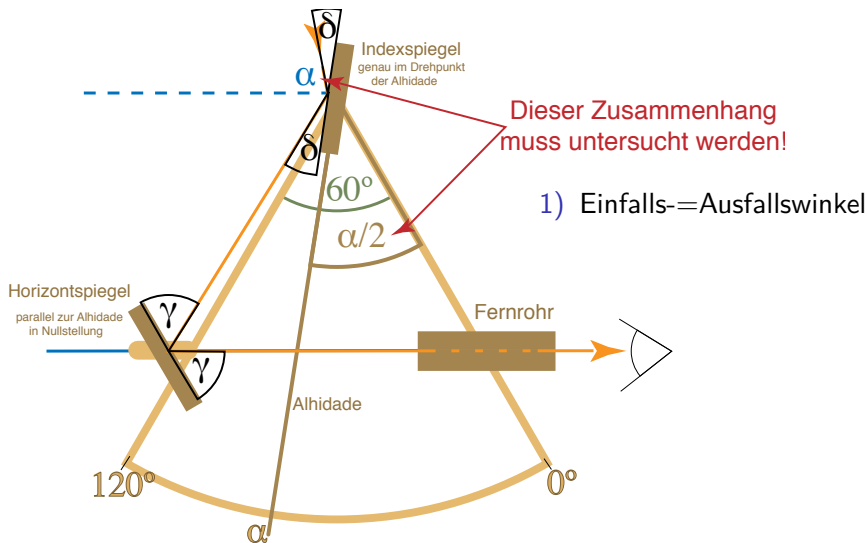
# Ein Sextant halbiert den angepeilten Winkel



# Ein Sextant halbiert den angepeilten Winkel

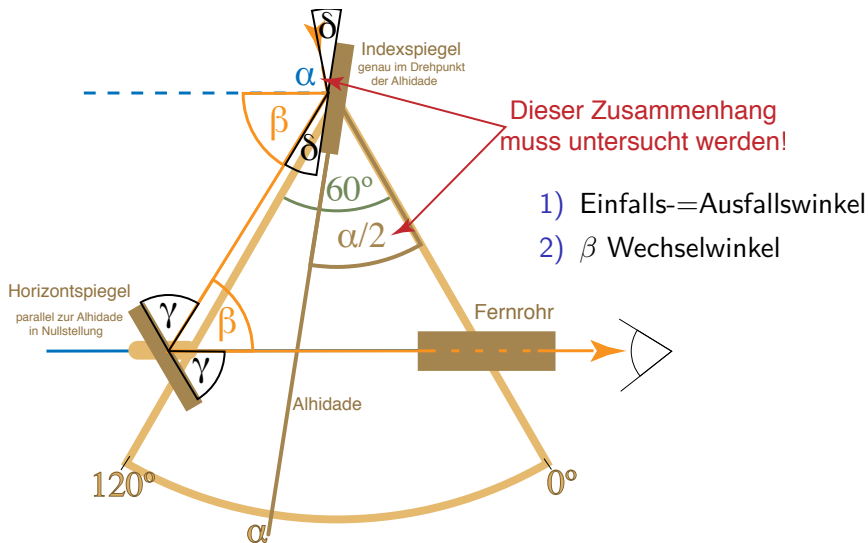


# Ein Sextant halbiert den angepeilten Winkel

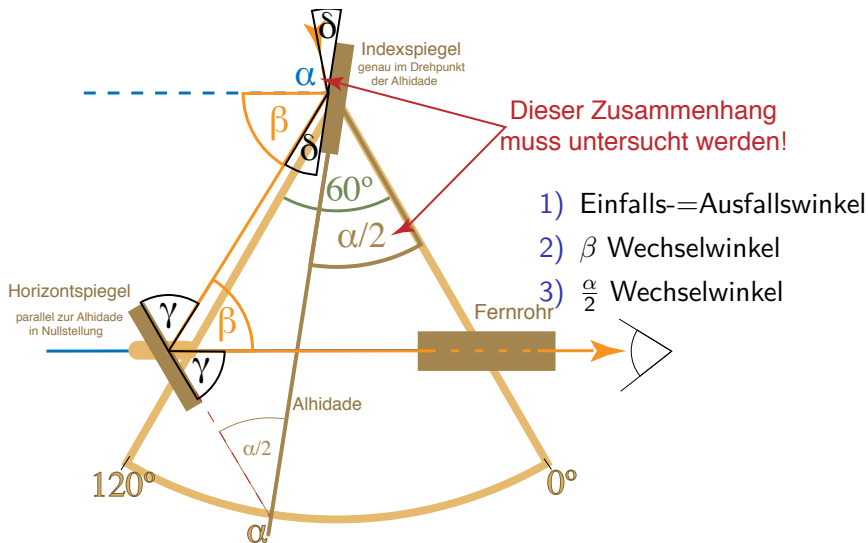




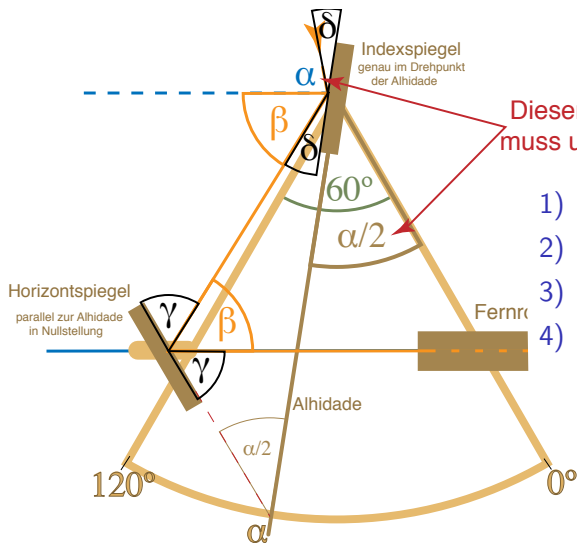
# Ein Sextant halbiert den angepeilten Winkel



# Ein Sextant halbiert den angepeilten Winkel



# Ein Sextant halbiert den angepeilten Winkel

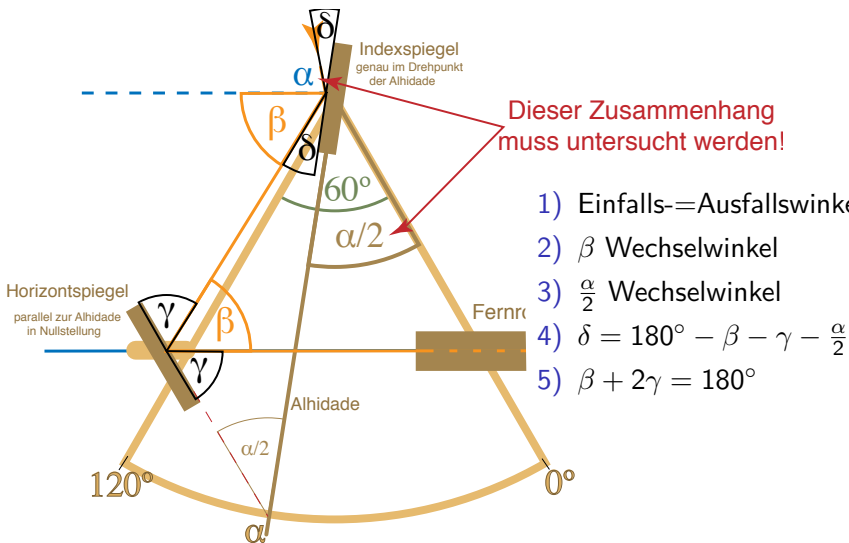


Dieser Zusammenhang  
muss untersucht werden!

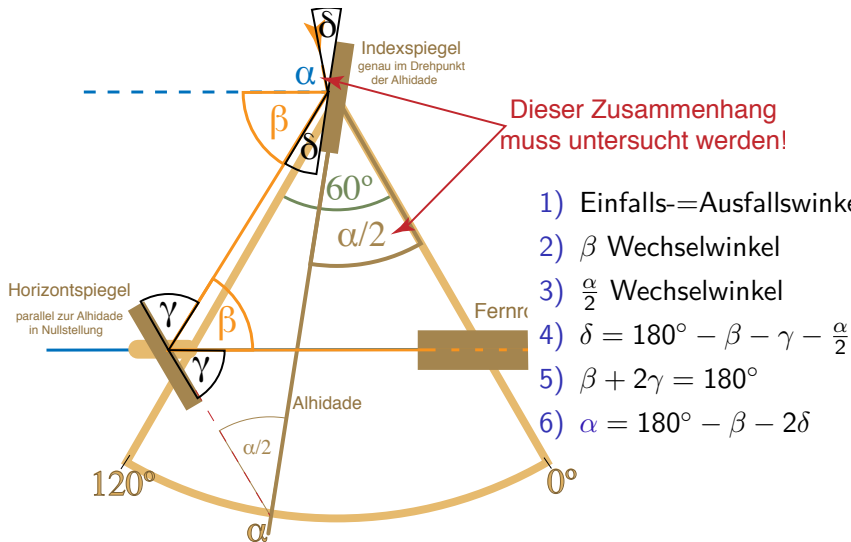
- 1) Einfalls- = Ausfallswinkel
- 2)  $\beta$  Wechselwinkel
- 3)  $\frac{\alpha}{2}$  Wechselwinkel
- 4)  $\delta = 180^\circ - \beta - \gamma - \frac{\alpha}{2}$



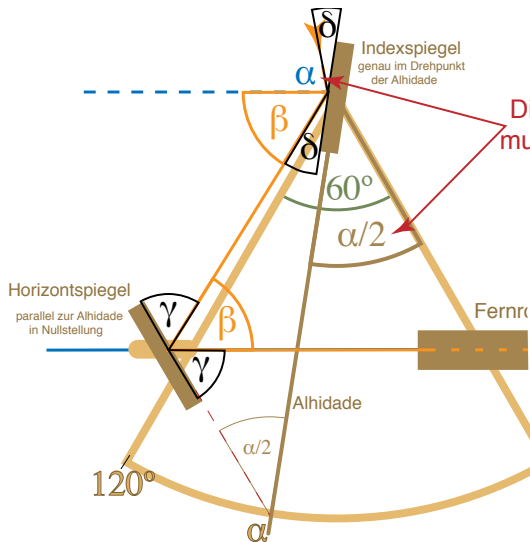
# Ein Sextant halbiert den angepeilten Winkel



# Ein Sextant halbiert den angepeilten Winkel



# Ein Sextant halbiert den angepeilten Winkel



Dieser Zusammenhang muss untersucht werden!

1) Einfalls- = Ausfallswinkel

2)  $\beta$  Wechselwinkel

3)  $\frac{\alpha}{2}$  Wechselwinkel

4)  $\delta = 180^\circ - \beta - \gamma - \frac{\alpha}{2}$

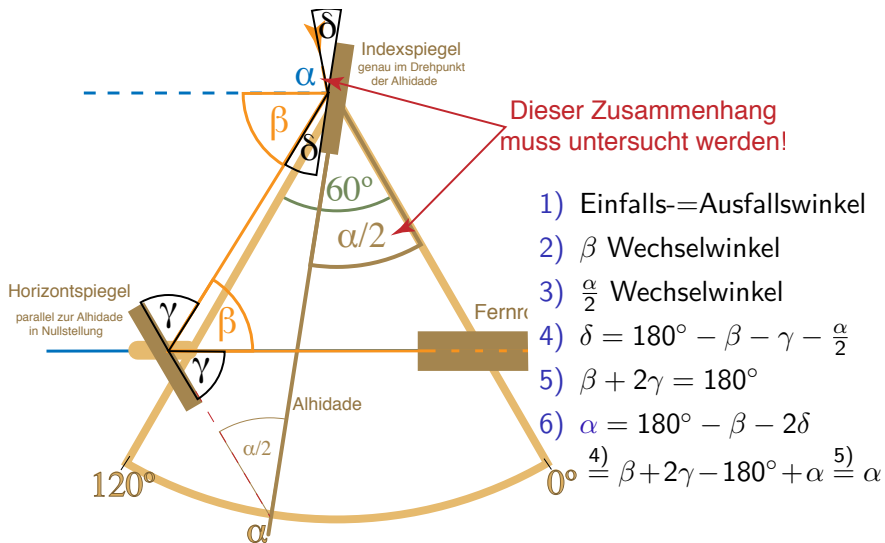
5)  $\beta + 2\gamma = 180^\circ$

6)  $\alpha = 180^\circ - \beta - 2\delta$

4)  $\beta + 2\gamma - 180^\circ + \alpha$



# Ein Sextant halbiert den angepeilten Winkel



# Magnetkompass

(frühes 14. Jhd)

Probleme: Missweisung , Ablenkung





Wie geht man mit den erhaltenen Informationen um?



Wie geht man mit den erhaltenen Informationen um?

- ▶ terrestrische Navigation



Wie geht man mit den erhaltenen Informationen um?

- ▶ terrestrische Navigation
- ▶ Astronavigation



Wie geht man mit den erhaltenen Informationen um?

- ▶ terrestrische Navigation
- ▶ Astronavigation
- ▶ Funk-/Schallnavigation

